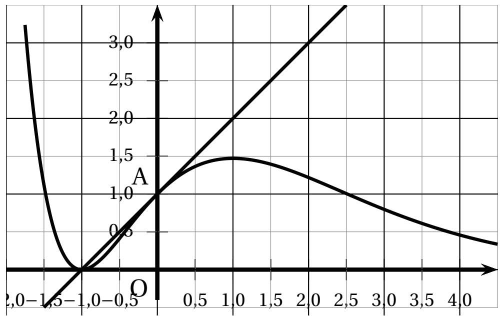
Durée : 1h30. Calculatrice interdite.
répondre par Vrai ou Faux sans justification. Chaque bonne réponse rapporte 1 point, mais chaque mauvaise réponse retire 1 point. Si vous n'êtes pas sûr, abstenez vous ! Pour un exercice entièrement juste, 1 point de bonus.

EXERCICE 1 : LECTURES GRAPHIQUES

On considère la représentation graphique (C) d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. ainsi que la tangente à cette courbe au point A de coordonnées $(0 ; 1)$.



a. $f'(0) = 1$. **Vrai / Faux**

b. $f'(1) = 1,5$. **Vrai / Faux**

c. L'équation $f(x) = x$ possède une unique solution sur l'intervalle $[-1,5 ; 4]$. **Vrai / Faux**

d. $2 \leqslant \int_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x \leqslant 4$. **Vrai / Faux**

EXERCICE 2 : LOGIQUE

Soit x et y deux nombres réels.

a. $x^2 + y^2 \neq 0$ si et seulement si $x \neq 0$ et $y \neq 0$. **Vrai / Faux**

b. La négation de "$x > 0$ et $y < 0$" est "$x \leq 0$ ou $y \geq 0$". **Vrai / Faux**

Pour le c. et le d. on suppose que f est une fonction définie et continue sur l'intervalle $\mathrm{I} = [0 ; 1]$.

c. Si $f(0) < f(1)$ alors f est strictement croissante sur $[0 ; 1]$. **Vrai / Faux**

d. Si $f(0) < 0$ et $f(1) > 0$ alors l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution dans I. **Vrai / Faux**

EXERCICE 3 : SECOND DEGRÉ

Soit m un nombre réel. On considère l'équation (E) d'inconnue x : $2x^2 - mx + 2 = 0$.

a. Si $m = 0$, alors (E) n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$. **Vrai / Faux**

b. Si 2 est une solution de (E), alors $m = 10$. **Vrai / Faux**

c. Si $m^2 > 16$, alors (E) a deux solutions réelles. **Vrai / Faux**

d. (E) a deux solutions réelles si et seulement si $m > 4$. **Vrai / Faux**

EXERCICE 4 : FONCTION RATIONNELLE

Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{3-2x}{1-x}$.

a. Pour tout $x \neq 1$, $f(x) = 2 + \dfrac{1}{1-x}$ **Vrai / Faux**

b. $f(x) \leq 1 \iff x \geq 2$. **Vrai / Faux**

c. La dérivée de f vérifie : $f'(x) = \dfrac{1}{(1-x)^2}$. **Vrai / Faux**

d. $\int_{2}^{e+1} (f(x) - 2)dx = 1$. **Vrai / Faux**

EXERCICE 5 : EQUATIONS

a. L'équation $x^3 + 5x = x$ possède une unique solution dans $\mathbb{R}$. **Vrai / Faux**

b. L'équation $\cos x = \frac{\pi}{2}$ a deux solutions opposés dans l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$. **Vrai / Faux**

c. $\dfrac{\pi}{4}$ est l'unique solution de l'équation $\cos x = \sin x$ appartenant à l'intervalle $]-\pi\,;\,\pi]$. **Vrai / Faux**

d. L'ensemble des solutions de l'équation $\mathrm{e}^{x^2+3x} = 1$ est $S = \{-3\,;\,1\}$. **Vrai / Faux**

EXERCICE 6 : FONCTION LOGARITHME

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln\left(1 - x^2\right)$. On note D l'ensemble de définition de f.

a. $f(0,5) = 2\ln(1,5)$. **Vrai / Faux**

b. $\mathrm{D} =]-1\,;\,1[$. **Vrai / Faux**

c. La fonction dérivée de la fonction f est définie sur D par $f'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$. **Vrai / Faux**

d. La fonction f est négative sur D. **Vrai / Faux**

EXERCICE 7 : FONCTION EXPONENTIELLE

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1-x)\mathrm{e}^x$.

a. $f\left(\ln\frac{1}{2}\right) = \dfrac{1+\ln 2}{2}$ **Vrai / Faux**

b. La fonction dérivée de f vérifie, pour tout x réel : $f'(x) = -x\mathrm{e}^x$. **Vrai / Faux**

c. La fonction f est négative sur $[1\,;\,+\infty[$. **Vrai / Faux**

d. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$. **Vrai / Faux**

EXERCICE 8 : SUITES

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}(u_n - n) - 1$.

a. $u_2 = -\frac{7}{4}$. **Vrai / Faux**

b. La suite (u_n) est arithmétique. **Vrai / Faux**

c. La suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n + n$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{2}$. **Vrai / Faux**

d. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{1}{2^n} + n$. **Vrai / Faux**